



Forblad

Indmurede Trapper

Laboratoriet for bygningsstatik

Tidsskrifter

BSM 16-2 Bygningsstatiske Meddelelser

1945

INDMUREDE TRAPPER

BERETNING FRA LABORATORIET FOR BYGNINGSSTATIK

Ved disse Trapper er Trinene indmuret i en Væg i den ene Ende og fri i den anden. Trinene skal lægges omhyggeligt op, saa de hviler fast paa hinanden. Indmuringen vil næsten altid være saa kort, at Trinene frit kan dreje sig om Aksen i Murens Plan, saa der ikke kan optages noget Bøjningsmoment, hvorimod der fra Trin til Mur kan overføres Vridningsmomenter, da Indmuringen forhindrer Drejning af Trinene om Akser vinkelret paa Murens Plan. Vi behandler først det Tilfælde, hvor øverste Trin ikke støtter mod Etageadskillelsen. Naar Trinet ikke kan overføre sin Belastning P gennem Bøjning ind i Muren, kan P kun bæres af Trin 2, og der kommer derved Vridning i Trinene. Trin 2 bærer P samt sin Egenbelastning P over til Trin 3, o. s. v.

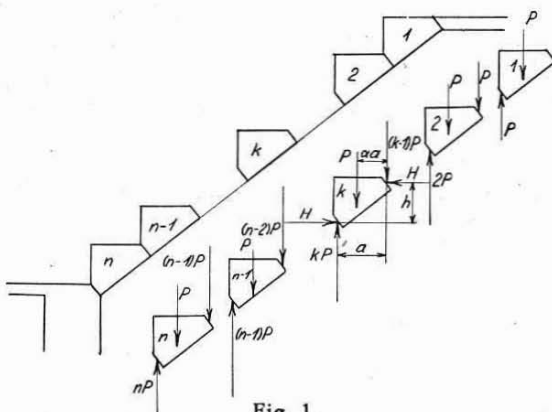


Fig. 1.

Hvis et enkelt Trins Grund hedder a , og man regner, at Trinets Egenbelastning virker αa fra øverste Fuge, faar det k 'te Trin følgende Vridningsmoment:

$$M = P(k-1)a + P(1-\alpha)a = Pa(k-\alpha).$$

Hele den lodrette Belastning overføres til syvende og sidst til Reposebjælken foruden.

Udført paa denne Maade har Trappen den Fejl, at den synker fra foroven. Man udformer derfor ofte Trinene saaledes, at den vandrette Bevægelse af det øverste Trin er forhindret. Herved vil der fremkomme et Horizontaltryk, der kan findes paa følgende Maade:

Vridningsmomentet paa det k 'te Trin er nu:

$$M = Pa(k-\alpha) - H \cdot h.$$

Den vandrette Bevægelse af Trinets øverste Punkt i Forhold til det nederste er proportional med M :

$$\delta_{kv} = c [Pa(k - \alpha) - H \cdot h].$$

Ved at summere disse vandrette Bevægelser over alle n Trin faas δ_v , der skal være Nul:

$$\delta_v = c \left[\sum_1^n Pa(k - \alpha) - \sum_1^n Hh \right] = 0,$$

$$Pa \sum_1^n (k - \alpha) = n \cdot Hh,$$

$$\frac{n}{2} (n + 1 - 2\alpha) Pa = nHh,$$

$$Hh = \frac{1}{2} (n + 1 - 2\alpha) Pa.$$

M for det k 'te Trin bliver da

$$M_k = Pa(k - \alpha) - \frac{1}{2} (n + 1 - 2\alpha) Pa = \frac{1}{2} (2k - n - 1) Pa.$$

M for det første Trin, $k = 1$,

$$M_1 = -\frac{1}{2} (n - 1) Pa.$$

M for det midterste Trin, $k = \frac{n+1}{2}$

$$M_m = 0.$$

M for det n 'te Trin, $k = n$

$$M_n = \frac{1}{2} (n - 1) Pa.$$

Vridningen er saaledes Nul i det midterste Trin og størst ved de yderste, men kun halvt saa stor som før.

En nærmere Undersøgelse viser, at fuld Belastning paa alle Trin er det farligste.

Vridningsforsøg med Trappetrin.

Som vist i det foregaaende paavirkes Trinene i en fritbærende Trappe væsentligst til Vridning, og Laboratoriet har derfor i Aarene 1932—33 udført en Række Vridningsforsøg med Betonprismer af retvinklet trekantet Tværsnit. Forsøgene udførtes i Laboratoriets Torsionsmaskine¹⁾.

¹⁾ Se Medd. Nr. 11, Fig. 14.

Prismerne var 50 cm lange og støbtes staaende i en Træform, der ved Jernplader var delt som vist paa Figur 2, hvorved man i hver Støbning fik 6 Trin med Kateterne 20×20 cm, 20×15 cm og 20×10 cm, to af hver Type.

Da Vridningsstyrken maatte antages at afhænge af Bøjningsstyrken, støbtes samtidig 6 Bøjprøver af 60 cm Længde, 9 cm Højde og 6 cm Bredde. Disse blev prøvet med en Enkeltkraft paa Midten.

Den første Serie støbtes af Velocement i følgende Blanding: 26 l Cement + 50 l Sand + 70 l Sten + 20 l Vand.

Sand og Sten var meget tørt, da det var opbevaret under Tag i længere Tid. Da det kun var orienterende Forsøg, blev Prøverne foretaget 4 Dage efter Støbningen. Resultaterne er angivet i Tabellen under Serie I med Numrene 1—6.

Det viste sig ved disse Forsøg, at der skete lokale Ødelæggelser ved Indspændingen, saa ved Forsøgene i de næste Serier blev Trinene armeret i Enderne med $\varnothing 5$ mm som vist paa Fig. 3.

Anden Serie støbtes ogsaa af Velocement i Blandingen 25 l Cement + 50 l Sand + 67 l Sten + 20 l Vand, altsaa omtrent samme Blanding som tidligere.

Prøverne foretoges 12—13 Dage efter Støbningen, og Resultaterne er angivet som Serie II med Numrene 1a—3b.

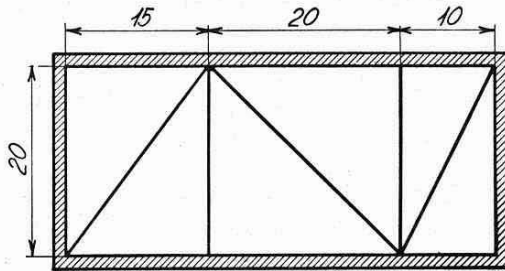


Fig. 2.

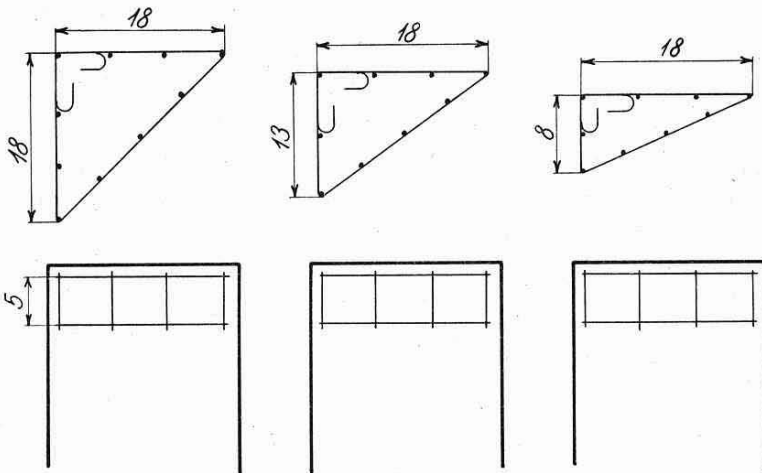


Fig. 3.

Tredie Serie støbtes af Portlandcement i nøjagtig samme Blanding som første Serie. Her støbtes yderligere 3 Prismer $40 \times 10 \times 10$ cm til Bestemmelse af Elasticitetskoefficienten og Poissons Tal. Samtidig maalttes i denne Serie Vridningsvinklerne ved Forsøgene med Trinene. Disse maalttes ved

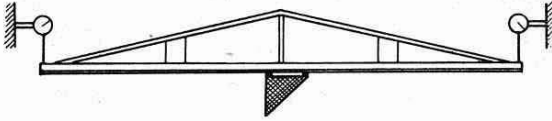


Fig. 4.

Maaleure som vist i Fig. 4 (Se ogsaa Medd. 11, Side 23 og Fig. 14). Ved Serie II var Kikkertmaalingen forsøgt, men det havde vist sig, at Vinklerne var

af samme Størrelsesorden som Maalenøjagtigheden. Prøverne foretoges 5 Uger efter Støbningen.

Elasticitetsmaalingerne, der udførtes med Huggenberger Tensometre, gav for Spændingsintervallet $5-35$ kg/cm²:

$$E = \frac{1}{3} (365000 + 367000 + 379000) = 370000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{1}{m} = \nu = \frac{1}{3} (0,21 + 0,24 + 0,21) = 0,22,$$

der giver

$$G = \frac{370000}{2 \cdot 1,22} = 152000 \text{ kg/cm}^2.$$

De øvrige Resultater findes i Tabellen under Serie III med Numrene P1 a—P3 b.

Ved Ritz's Metode findes under Forudsætning af Hooke's Lov¹⁾

$$\max \tau = 0,45 G \vartheta \sqrt{ab}$$

$$G \vartheta = \left(20,6 - \frac{4a}{3b} \right) \frac{Mc^2}{a^3 b^3},$$

hvor a er den største Katete, b den mindste og c Hypotenusen i det trekantede Tværsnit. ϑ er Vridningen pr. Længdeenhed. Heraf udledes Vridningsmodstandsmomentet

$$W_{\tau} = \frac{M}{\max \tau} = \frac{a^3}{\left(9,26 - 0,6 \frac{a}{b} \right) \left(1 + \frac{a^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{a}{b}}}$$

og Vridningsinertimomentet

$$I_{\tau} = \frac{M}{G \vartheta} = 0,45 \sqrt{ab} W_{\tau}.$$

¹⁾ Udledt af K. W. Johansen i Bygningsstatistiske Meddelelser XI, 2, 1940 Side 27—30.

Ud fra de maalte Dimensioner er Værdierne heraf beregnet for hvert Trin og angivet i Tabellen. Divideres Brudmomentet M med W_{τ} faas Vridningsmodulus τ .

Ved Serie III er endvidere angivet de maalte Værdier af Vridningen ϑ pr. cm for et Moment paa 1000 kg cm. Divideres dette Moment med ϑI_{τ} , faas Elasticitetskoefficienten G .

De ved Bjælkeforsøgene bestemte Bøjningsstyrker σ gælder for hele Serien og er i Tabellen ordnet efter Størrelse med den mindste først.

Betragtes nu disse Resultater, bemærkes først en vis Spredning i Værdierne for σ , særlig i Serie II og III, derimod er der knap saa stor Spredning i Værdierne af τ , naar Serie I undtages, hvor τ for Trinene 1 og 2 er blevet for lille paa Grund af de nævnte lokale Ødelæggelser ved Indspændingen. Man kan derfor betragte τ som konstant, saa Formlen for W_{τ} kan betragtes som gyldig, saalænge Kateternes Forhold ikke overstiger 2, altsaa for de i Praksis forekommende Trin.

Sættes τ i Forhold til σ , findes henholdsvis for

Serie	I	II	III	Middel
τ/σ	1,07	0,96	0,81	0,95

Udelades (paa Grund af ovennævnte Aarsag) Trin 1 og 2, faas for Serie I, $\tau = 1,21 \sigma$, og Middelværdien bliver da 1,0 i Stedet for 0,95.

Ved Anvendelsen af Formlen for W_{τ} kan man regne Vridningsmodulus lig Bøjningsmodulus for rektangulært Tværnsnit.

De beregnede Værdier af G udviser kun ringe Spredning, men afviger betydeligt fra de ved Trykforsøgene bestemte. Dette kan dog skyldes, at der ved Vridningen ogsaa er Træk i Betonen, saa de ved Tryk bestemte E og ν ikke uden videre kan benyttes til Bestemmelse af G , men giver en væsentlig højere Værdi.

Efter Brud blev Revnerne optegnet, og Fig. 5—6 viser disse i Udfoldning for Serierne II og III. Ifølge ovennævnte Beregning efter Elasticitetsteorien optræder største Forskydningspænding ved den længste Katete, saa man maatte vente, at Revnerne begynder her. Da endvidere Trinene støbtes staaende, var den øverste Beton vaadere og derfor svagere, saa Revnerne maa ogsaa begynde fra oven. Det ses af Fig. 5—6, at Revnerne, naar de antages begyndt foroven, netop er begyndt ved den længste Katete. Det ses endvidere, at de forløber under 45° med Kanterne, svarende til Hovedsnittene med største Trækspænding.

Forsøgene bekræfter saaledes ogsaa i denne Henseende Gyldigheden af de opstillede Formler.

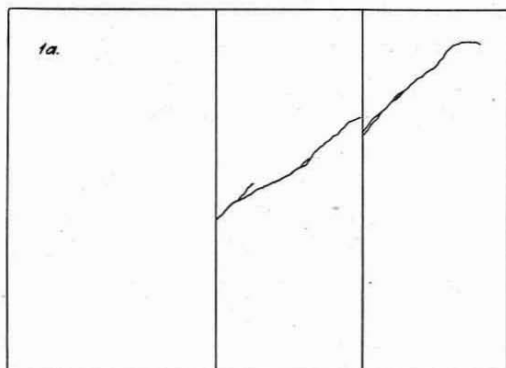


Fig. 5 a.

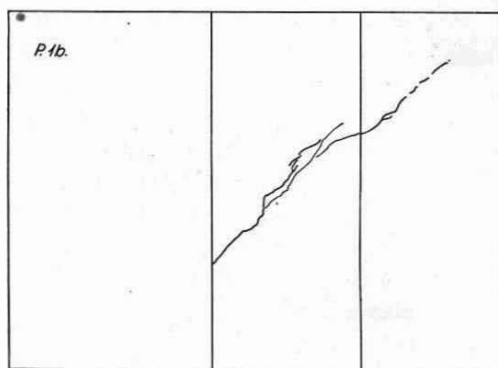


Fig. 6 a.

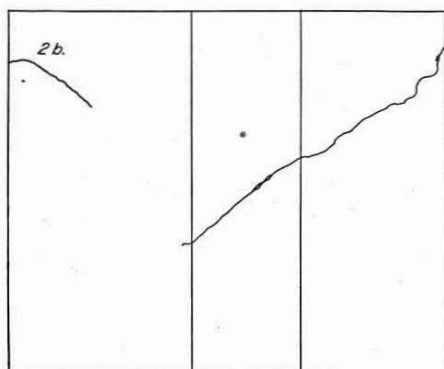


Fig. 5 b.

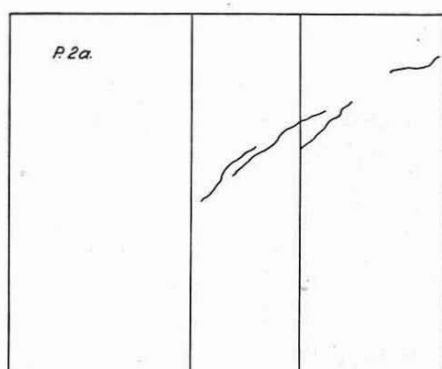


Fig. 6 b.

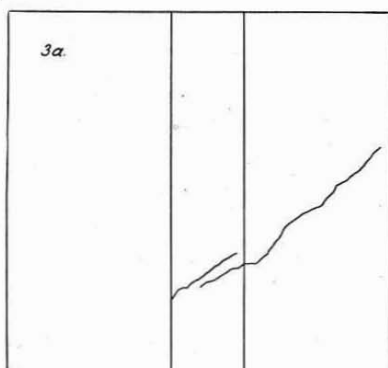


Fig. 5 c.

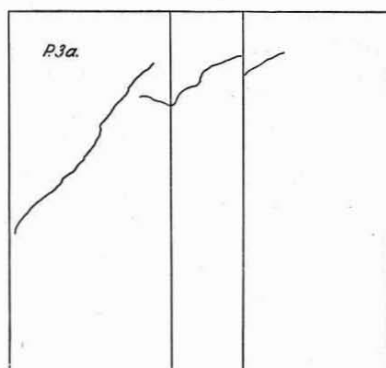


Fig. 6 c.

Serie I.

Trin Nr.	1	2	3	4	5	6	Middel
a cm	19,8	19,8	19,8	19,8	19,8	19,8	—
b cm	19,8	19,8	14,8	14,8	9,9	9,9	—
W_T cm ³	448	448	284	284	136	136	—
M kgm	138,0	124,6	117,6	120,0	59,0	58,0	—
τ kg/cm ²	30,8	27,8	41,4	42,3	43,4	42,6	38,0
σ kg/cm ²	32,8	33,6	35,3	36,1	37,3	38,0	35,5

Serie II.

Trin Nr.	1 a	1 b	2 a	2 b	3 a	3 b	Middel
a cm	19,7	19,9	20,0	19,7	19,8	20,0	—
b cm	19,7	19,8	14,9	14,7	9,8	9,8	—
W_T cm ³	441	452	292	278	134	135	—
M kgm	140,0	150,0	100,0	90,0	45,0	45,0	—
τ kg/cm ²	31,7	33,2	34,2	32,4	33,5	33,3	32,9
σ kg/cm ²	30,0	30,5	31,6	34,5	36,6	41,2	34,1

Serie III.

Trin Nr.	P 1 a	P 1 b	P 2 a	P 2 b	P 3 a	P 3 b	Middel
a cm	19,9	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	—
b cm	19,8	19,9	14,8	14,8	9,8	9,8	—
W_T cm ³	452	460	289	289	135	135	—
I_T cm ⁴	4040	4130	2240	2240	850	850	—
φ 10 ⁻⁶ cm ⁻¹	2,10	2,25	4,55	4,36	12,2	13,1	—
M kgm	158,0	161,5	112,1	116,4	57,0	45,0	—
G 10 ³ kg/cm ²	118	108	98	102	97	90	102
τ kg/cm ²	35,0	35,1	38,7	40,3	42,2	33,4	37,7
σ kg/cm ²	43,6	44,7	45,1	45,8	49,4	51,0	46,6

SUMMARY

A theoretical examination of overhanging stairways shows that such steps are in the main subject to torsional stress. Tests made with non-reinforced steps of section as rectangular triangles with catheti 20×10 cm, 20×15 cm and 20×20 cm yield as result that the modulus of torsion may be assumed as being equal to the modulus of flexion in respect of non-reinforced rectangular sections.